

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$A = \{11, 13, 17, 19\}$$

$$B = \{11, 17, x-1, y\}$$

عدد y ممکن است ۱۳ یا ۱۹ باشد. هر دو حالت را بررسی می‌کنیم.

$$y = 13 \text{ و } x-1 = 19 \Rightarrow x = 20 \Rightarrow x+y = 20+13 = 33$$

$$y = 19 \text{ و } x-1 = 13 \Rightarrow x = 14 \Rightarrow x+y = 14+19 = 33$$

۲ - گزینه ۴ هیچ عدد صحیح منفی بین ۴ تا ۷ قرار ندارد. بنابراین مجموعه مورد نظر $\emptyset$ (تهی) است.

۳ - گزینه ۴ برای اینکه تساوی برقرار باشد باید هر کدام از اعضای هر مجموعه در دیگری وجود داشته باشد. در مجموعه سمت راست باید عضو $-\frac{6}{3}$ را -2 قرار دهیم و در مجموعه سمت چپ

باید عضو $\frac{\sqrt{81}}{(-1)^3}$ را -9 قرار دهیم:

$$\frac{\sqrt{81}}{(-1)^3} = \frac{9}{-1} = -9$$

$$-\frac{6}{3} = -2$$

$$\left\{ -\frac{6}{3}, -\frac{9}{1}, \frac{4}{3}, 4 \right\} = \left\{ -4, -\sqrt{9}, \frac{\sqrt{81}}{(-1)^3}, \frac{12}{9}, -2 \right\}$$

۴ - گزینه ۱ دو مجموعه وقتی مساوی‌اند که همه اعضایشان با هم برابر باشند.

$$\left. \begin{array}{l} x+1 = -3 \Rightarrow x = -4 \\ y-2 = 3 \Rightarrow y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x+y = 1$$

۵ - گزینه ۳ اعضای مجموعه‌ها را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\left\{ \frac{5}{2}, a, \frac{1}{5}, 2, \frac{3}{2} \right\} = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{1}{5}, b, \frac{5}{2}, 6 \right\} \Rightarrow a=6, b=2$$

۶ - گزینه ۳ دو مجموعه زمانی با هم برابرند که تعداد اعضا و عضوهایشان دقیقاً باهم برابر باشند، پس حاصل n^2 و $m-n$ هر دو باید برابر -1 باشند.

$$n^2 = -1 \Rightarrow n = -1$$

$$m-n = -1 \xrightarrow{n=-1} m - (-1) = -1$$

$$\Rightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$$

$$\Rightarrow mn = (-2)(-1) = 2$$

۷ - گزینه ۱ الف) $\sqrt{\quad}$ ب) $\times$ ج) $\sqrt{\quad}$ د) $\times$ ه) $\sqrt{\quad}$ و) $\times$ ز) $\times$

۸ - گزینه ۳ مجموعه‌های $\{\{\}\}$ و $\{\emptyset\}$ تهی نیستند و دارای عضوی به نام تهی هستند؛ اما فقط مجموعه $\{\}$ ، تهی است زیرا هیچ عضوی ندارد.

۹ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): عددهای طبیعی اول مضرب ۷: $\{7\}$ (توجه: مضارب عدد ۷ به جز خود ۷، همگی مرکب هستند زیرا همه آن‌ها عامل ۷ را دارند).

گزینه (۲): عدد صحیح بین ۱۲ و ۱۴: $\{13\}$

گزینه (۳): هیچ عدد زوج دو رقمی، اول نیست تنها عدد زوج اول ۲ است.

گزینه (۴): عددهای طبیعی در بازه $0 \leq x \leq 1$: $\{1\}$

۱۰ - گزینه ۳ بین اعداد ۱۸ و ۲۴ هیچ عدد زوجی وجود ندارد که بر ۳ نیز بخش پذیر باشد.

مجموعه‌هایی که سایر گزینه‌ها مشخص می‌کنند.

گزینه ۱: $\{2\}$

گزینه ۲: $\{1\}$

گزینه ۴: $\{1397, 1398\}$

۱۱ - گزینه ۴ مجموعه $\{\emptyset\}$ یا $\{\{\}\}$ تهی نیستند و شامل یک عضو هستند.

مجموعه $\{0\}$ نیز دارای یک عضو صفر است.

مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۳، یک عضو دارد و آن عدد ۲ است.

اعداد بین ۳۱ و ۳۷ عبارتند از ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵ و ۳۶ هیچ کدام اول نیستند. پس این مجموعه تهی است.

۱۲ - گزینه ۱

$$\{4^{25} = (2^2)^{25} = 2^{50}, 2^{50}, \sqrt{2^{100}} = \sqrt{2^{50} \times 2^{50}} = 2^{50}, 25^2 = (5^2)^2 = 5^4\}$$

پس این مجموعه فقط دو عضو 2^{50} و 5^4 را دارد.

۱۳ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱

$$\{41, 43, 47\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 3$$

گزینه ۲

$$\{1, 13, 169\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 3$$

گزینه ۳

$$\{3, 6, 9\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 3$$

گزینه ۴

$$\{91, 92, 93, 94\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 4$$

۱۴ - گزینه ۲ می‌دانیم $\emptyset = \{\}$ و هر دو نماینده مجموعه تهی هستند؛ پس در گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) مجموعه‌ها تک‌عضوی‌اند و مجموعه گزینه (۲) دو عضوی است.

۱۵ - گزینه ۳ چون مجموعه‌ها با هم برابرند. پس هر دو عضو مجموعه $\{2 - y, 3x + 1\}$ برابر ۴ هستند. در نتیجه:

$$2 - y = 4 \Rightarrow y = -2$$

$$3x + 1 = 4 \Rightarrow 3x = 4 - 1 = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow x + y = 1 + (-2) = -1$$

۱۶ - گزینه ۲ گزینه ۱ بیانگر مجموعه $\{2, 3, 5, 7\}$ است. گزینه ۲ بیانگر مجموعه تهی است. چون هیچ عدد طبیعی بین ۱ و -۱ وجود ندارد. در گزینه ۳ بی‌نهایت عدد گنگ بین ۲ و ۳ وجود دارد. گزینه ۴ بیانگر مجموعه $\{0\}$ است.

۱۷ - گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} 1) a + 1 = 4 \Rightarrow a = 3 \\ 2) -b + 2 = a \\ 3) \underbrace{\{b - 1, c - 7\}}_{-2} = \{-2, 4\} \Rightarrow c - 7 = 4 \Rightarrow c = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow -b + 2 = 3 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a - b + c = 3 - (-1) + 11 = 4 + 11 = 15$$

۱۸ - گزینه ۳ مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۹۰ به شرح زیر است:

$$\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$$

بنابراین عدد ۹۰، ۱۰ شمارنده طبیعی کوچک‌تر از ۴۵ دارد و در نتیجه مجموعه‌ای شامل ۶ شمارنده کوچک‌تر از ۴۵ عدد ۹۰، مجموعه‌ای یکتا نیست.

۱۹ - گزینه ۳ موارد (الف) و (ج) یک مجموعه را مشخص می‌کنند، اما در موارد (ب) و (د) می‌توان با بیش از یک حالت اعضای مجموعه را مشخص کرد و به همین دلیل مجموعه نیستند. (اعضایش یکتا نیستند.)

۲۰ - گزینه ۴ اعضای مجموعه‌های گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ مشخص و متمایز نیست، پس نشان‌دهنده یک مجموعه نیست. ولی گزینه ۴ مجموعه‌ای تهی و نشان‌دهنده یک مجموعه است.

۲۱ - گزینه ۱ در گزینه (۱) دقیقاً مشخص نیست کدام ۶ عدد فرد متوالی را می‌توان قرار داد، پس چون اعضای مجموعه دقیق مشخص نیست، این عبارت معرف یک مجموعه نیست.

گزینه (۲): $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$: هفت عدد طبیعی متوالی با شروع از ۱۱

گزینه (۳): $\{1, 5, 25\}$: شمارنده‌های ۲۵

گزینه (۴): $\{\}$: عددهای طبیعی بین ۴ و ۵

دقت کنید در گزینه (۴)، مجموعه موردنظر تهی است که قابل قبول است.

۲۲ - گزینه ۳ گزینه ۱: ناتهی است؛ ۱ عدد طبیعی کوچک‌تر از ۸ و مکعب کامل است.

گزینه ۲: ناتهی است. عدد صفر عدد نامثبتی است که مربعش یا خودش برابر است.

نکته: نمودار از اعداد نامثبت، صفر و اعداد نامنفی است.

گزینه ۴: ناتهی است. عدد ۲۳ عدد اول بین دو عدد ۱۹ و ۲۹ است.

۲۳ - گزینه ۳ دقت کنید اعضای تکراری عضو جدیدی در مجموعه محسوب نمی‌شوند. پس مجموعه A برابر است با:

$$A = \{s, y, s, t, e, m, a, t, i, c\} = \{s, y, t, e, m, a, i, c\}$$

پس این مجموعه هشت عضوی است.

۲۴ - گزینه ۳

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$$

با مقایسه دو مجموعه A و B مشخص است که باید عضوهای ۱۵ و ۹ را به مجموعه A اضافه کنیم تا با مجموعه B برابر شود.

۲۵ - گزینه ۱ اعداد فرد طبیعی را به صورت $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ می‌توان نشان داد.

بررسی سایر گزینه‌ها: